



HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 3: HÀM SỐ SỐ LƯỢNG GIÁC ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Hàm số $y = \tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$.
C. Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$. **D.** Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $[0; \pi]$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

- A.** $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$.
C. $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \sin x + \cos x$. **C.** $y = -\cos x$. **D.** $y = \cos x$.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.** $y = \cos 3x$. **B.** $y = -\sin x$. **C.** $y = \sin 3x$. **D.** $y = \sin 2x + \cos 2x$.

Câu 6: Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 2\cos x + 3$.

- A.** $T = [1; 5]$. **B.** $T = [-1; 1]$. **C.** $T = \mathbb{R}$. **D.** $T = [0; 3]$.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A.** -8 và -2 **B.** 2 và 8 . **C.** -5 và 2 . **D.** -5 và 3 .

Câu 8: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Tính

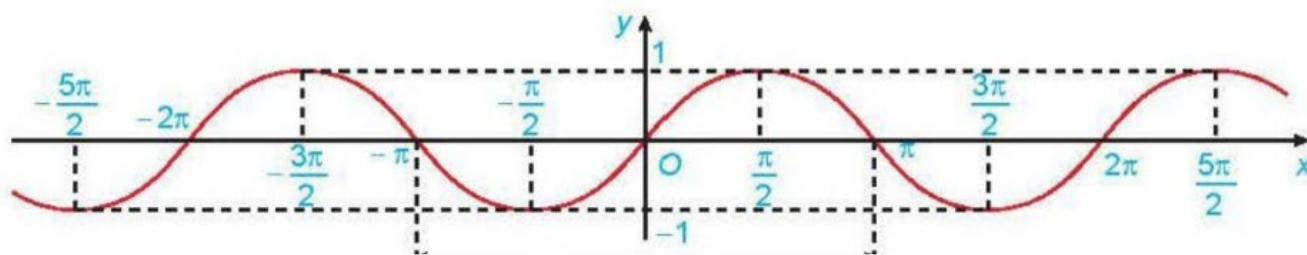
$$P = M - m.$$

- A.** $P = 2\sqrt{2}$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = \sqrt{2}$. **D.** $P = 2$.

Câu 9: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

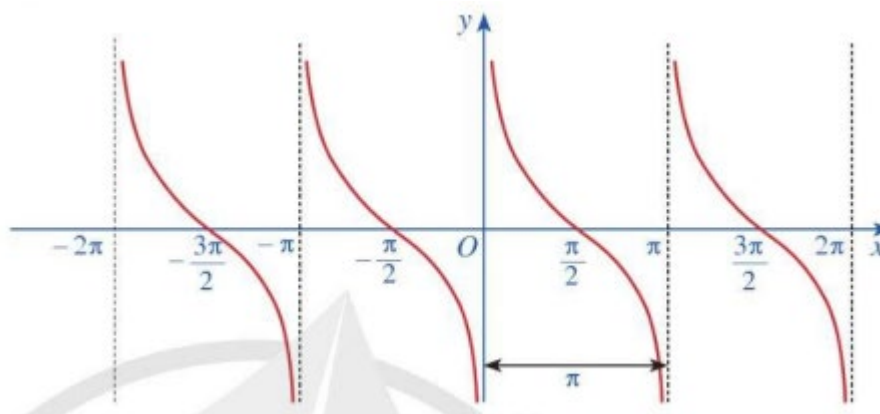
- A.** $(0; \pi)$. **B.** $(\pi; 2\pi)$. **C.** $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. **D.** $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

Câu 10: Hàm số nào có đồ thị như hình dưới đây



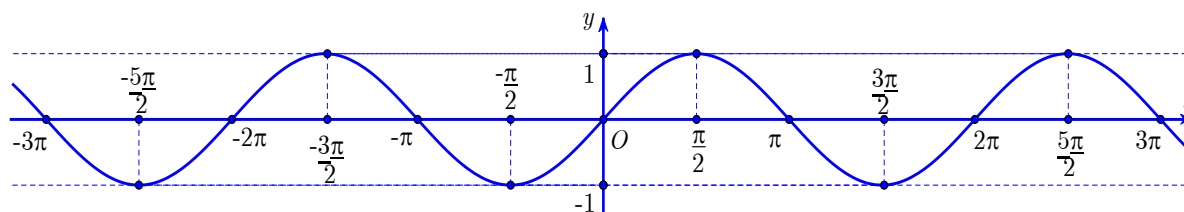
- A. $y = \sin x$. B. $y = 2 \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \sin 2x$.

Câu 11: Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



- A. $y = \sin x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \cot x$ D. $y = \tan x$

Câu 12: Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Dựa vào đồ thị, hãy cho biết có bao nhiêu giá trị của x trên đoạn $[-3\pi; 3\pi]$ để $\sin x = 0$?

- A. 5. B. 7. C. 11. D. 13.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $F = \cos^2 a + 2 \sin a + 2$

- a) Với $a = \frac{\pi}{2}$ thì $F = 4$
 b) $F = \sin^2 a + 2 \sin a + 3$
 c) F đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \cos a = 1$
 d) Giá trị nhỏ nhất của F là 0

Câu 2: Cho biểu thức $A = 2 \sin x - 1$.

- a) $\max A = 3$
 b) A đạt GTNN tại $x = \frac{3\pi}{2}$
 c) $\max A + \min A = -2$
 d) Có 8 giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ sao cho $m \leq A, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Cho biểu thức $y = f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.
- b) $f(x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.
- c) Không tồn tại $x \in \mathbb{R}$ để $f(x) = 0$
- d) Giá trị lớn nhất của biểu thức $f(x)$ bằng 2.

Câu 4: Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi hàm số $y = 4 \sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$.

- a) Trong ngày thứ 60, số giờ có ánh sáng của thành phố A là 10.
- b) Số giờ có ánh sáng trong một ngày của thành phố A luôn lớn hơn hoặc bằng 6.
- c) Số giờ có ánh sáng trong một ngày của thành phố A nhiều nhất bằng 10.
- d) Ngày 29 tháng 5 năm 2023, thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tập giá trị của hàm số $y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$ chứa tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

Câu 2: Giả sử khi một con sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hoá bởi hàm số $h(t) = 90 \cos \left(\frac{\pi}{10} t \right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimét trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây. Tìm chiều cao của sóng, tức là khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa đáy và đỉnh của sóng.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 2x + \cos x$. Tính tổng $M + m$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số: $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố X có nhiều giờ ánh sáng nhất?

Câu 5: Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ cao $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) + 12$. Tìm thời điểm mực của kênh cao nhất ?

Câu 6: Biết rằng tập giá trị của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ là $T = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $P = 4a + b$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** Hàm số $y = \tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[-1;1]$.
C. Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1;1]$. **D.** Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $[0;\pi]$.

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$ nên D sai.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

- A.** $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do đó, tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi: $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \sin x + \cos x$. **C.** $y = -\cos x$. **D.** $y = \cos x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\sin(-x) = -\sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

Xét hàm số $y = \sin x + \cos x = f(x)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$; $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $f\left(\frac{\pi}{3}\right) \neq \pm f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ nên hàm số $y = \sin x + \cos x$ không là hàm số chẵn và không là hàm số lẻ.

Xét hàm số $y = -\cos x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $-\cos(-x) = -\cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = -\cos x$ là hàm số chẵn.

Xét hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\cos(-x) = \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.** $y = \cos 3x$. **B.** $y = -\sin x$. **C.** $y = \sin 3x$. **D.** $y = \sin 2x + \cos 2x$.

Lời giải

Xét các đáp án ta thấy ở phương án A hàm số $y = \cos 3x$ có

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ thỏa mãn $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$f(-x) = \cos(-3x) = \cos 3x = f(x), \forall x \in D$ do đó $y = \cos 3x$ là hàm số chẵn.

Các hàm số ở các đáp án còn lại không thỏa mãn định nghĩa hàm số chẵn.

Câu 6: Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 2 \cos x + 3$.

- A.** $T = [1; 5]$. **B.** $T = [-1; 1]$. **C.** $T = \mathbb{R}$. **D.** $T = [0; 3]$.

Lời giải

Với mọi số thực x , ta luôn có $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2 \cos x + 3 \leq 5$ hay $y \in [1; 5]$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y = 2 \cos x + 3$ là $T = [1; 5]$.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A.** -8 và -2 **B.** 2 và 8 . **C.** -5 và 2 . **D.** -5 và 3 .

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3 \sin 2x \leq 3 \Rightarrow -8 \leq 3 \sin 2x - 5 \leq -2$.

Câu 8: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Tính

$P = M - m$.

- A.** $P = 2\sqrt{2}$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = \sqrt{2}$. **D.** $P = 2$.

Lời giải

Vì $-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1, \forall x$ nên $-2 \leq y \leq 2$.

Vậy $P = M - m = 2 - (-2) = 4$.

Câu 9: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(0; \pi)$. **B.** $(\pi; 2\pi)$. **C.** $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. **D.** $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

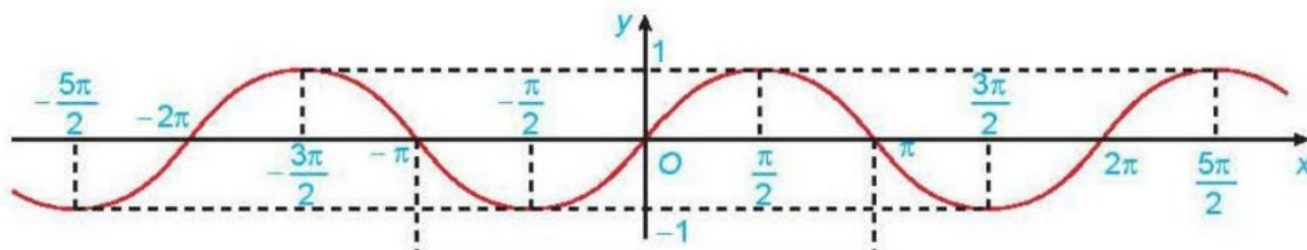
Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

Với $k = 2$, ta có khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

Vậy hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

Câu 10: Hàm số nào có đồ thị như hình dưới đây



A. $y = \sin x$.

B. $y = 2 \sin x$.

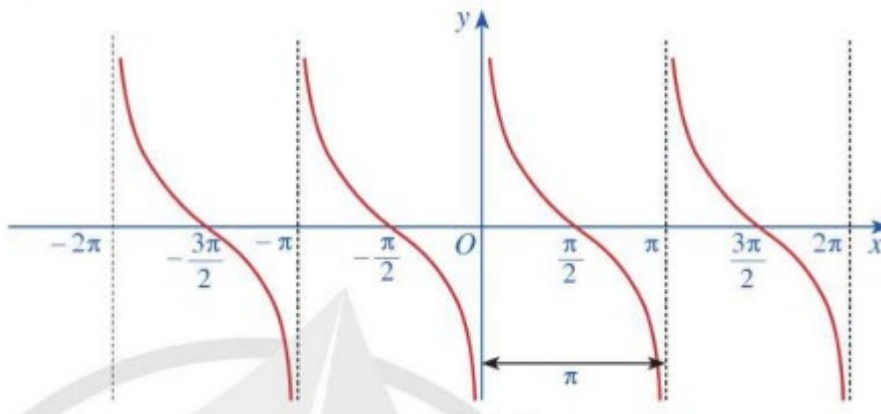
C. $y = \cos x$.

D. $y = \sin 2x$.

Lời giải

Đồ thị là của hàm số $y = \sin x$.

Câu 11: Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



A. $y = \sin x$

B. $y = \cos x$

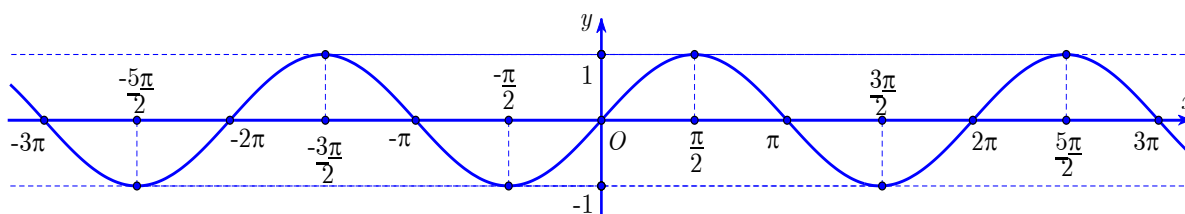
C. $y = \cot x$

D. $y = \tan x$

Lời giải

Đường cong đã cho là đồ thị của hàm số $y = \cot x$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Dựa vào đồ thị, hãy cho biết có bao nhiêu giá trị của x trên đoạn $[-3\pi; 3\pi]$ để $\sin x = 0$?

A. 5.

B. 7.

C. 11.

D. 13.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy trên đoạn $[-3\pi; 3\pi]$ đồ thị của hàm số $y = \sin x$ cắt trục Ox tại 7 điểm có hoành độ lần lượt là $x = -3\pi; x = -2\pi; x = -\pi; x = 0; x = \pi; x = 2\pi; x = 3\pi$. Do đó, có 7 giá trị x trên đoạn $[-3\pi; 3\pi]$ để $\sin x = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $F = \cos^2 a + 2 \sin a + 2$

a) Với $a = \frac{\pi}{2}$ thì $F = 4$

b) $F = \sin^2 a + 2 \sin a + 3$

c) F đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \cos a = 1$

d) Giá trị nhỏ nhất của F là 0

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Với $a = \frac{\pi}{2}$ thì $F = \cos^2 \frac{\pi}{2} + 2 \sin \frac{\pi}{2} + 2 = 4$ nên mệnh đề đúng.

b) $F = \cos^2 a + 2 \sin a + 2 = 1 - \sin^2 a + 2 \sin a + 2 = -\sin^2 a + 2 \sin a + 3$ nên mệnh đề sai.

c) Ta có: $F = -\sin^2 a + 2 \sin a + 3 \Rightarrow F$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \sin a = 1$ nên mệnh đề sai

d) $F = \cos^2 a + 2 \sin a + 2 = -\sin^2 a + 2 \sin a + 3 = -(\sin a - 1)^2 + 4$

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \sin \alpha - 1 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq (\sin \alpha - 1)^2 \leq 4$$

$$-4 \leq -(\sin \alpha - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq F \leq 4$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của F là 0 nên mệnh đề đúng.

Câu 2: Cho biểu thức $A = 2 \sin x - 1$.

a) $\max A = 3$

b) A đạt GTNN tại $x = \frac{3\pi}{2}$

c) $\max A + \min A = -2$

d) Có 8 giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ sao cho $m \leq A, \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Do $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 2 \sin x - 1 \leq 1$ nên $\max A = 1$ khi $\sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\min A = -3$ khi $\sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) $\max A + \min A = -3 + 1 = -2$

d) $m \leq A, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \min A \Leftrightarrow m \leq -3$, suy ra có 8 giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$

Câu 3: Cho biểu thức $y = f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

b) $f(x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.

c) Không tồn tại $x \in \mathbb{R}$ để $f(x) = 0$

d) Giá trị lớn nhất của biểu thức $f(x)$ bằng 2.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) $f(x)$ xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$.

b) Ta có $f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.

c) Ta có $f(x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{1}{8} (5 + 3 \cos 4x) = 0$. Khi đó, $5 + 3 \cos 4x = 0$, hay $\cos 4x = -\frac{5}{3}$ (vô lí)

d) Ta có $f(x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{1}{8}(5 + 3 \cos 4x)$. Do $-1 \leq \cos 4x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq f(x) \leq 1$

nên giá trị lớn nhất của hàm số là 1.

Câu 4: Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi hàm số

$$y = 4 \sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| + 10, \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

a) Trong ngày thứ 60, số giờ có ánh sáng của thành phố A là 10.

b) Số giờ có ánh sáng trong một ngày của thành phố A luôn lớn hơn hoặc bằng 6.

c) Số giờ có ánh sáng trong một ngày của thành phố A nhiều nhất bằng 10.

d) Ngày 29 tháng 5 năm 2023, thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $y = 4 \sin \left| \frac{\pi}{178}(60 - 60) \right| + 10 = 10$.

b) Vì $\sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| \geq -1 \Rightarrow y = 4 \sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| + 10 \geq 6$.

c) Vì $\sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| \leq 1 \Rightarrow y = 4 \sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| + 10 \leq 14$.

d) Ngày có ánh nắng mặt trời chiếu nhiều nhất

$$\Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t - 60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k.$$

$$\text{Mà } 0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Với $k = 0 \Rightarrow t = 149$ tức rơi vào ngày 29 tháng 5 (vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày, riêng đối với năm 2023 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện $0 < t \leq 365$ thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tập giá trị của hàm số $y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$ chứa tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

Lời giải

Trả lời: 5

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x = 5 + 2 \sin 4x$.

$\forall x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin 4x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin 4x \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 5 + 2 \sin 4x \leq 7$

$\Rightarrow 3 \leq y \leq 7 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{3; 4; 5; 6; 7\}$ nên y có 5 giá trị nguyên.

Câu 2: Giả sử khi một con sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hoá bởi hàm số $h(t) = 90 \cos \left(\frac{\pi}{10} t \right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây. Tìm chiều cao của sóng, tức là khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa đáy và đỉnh của sóng.

Lời giải

Trả lời: 90

Chiều cao của sóng tức là chiều cao của nước đạt được trong một chu kỳ dao động.

Ta có: $h(20) = 90 \cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot 20\right) = 90$ (cm).

Vậy chiều cao của sóng là 90 cm.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 2x + \cos x$. Tính tổng $M + m$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,88

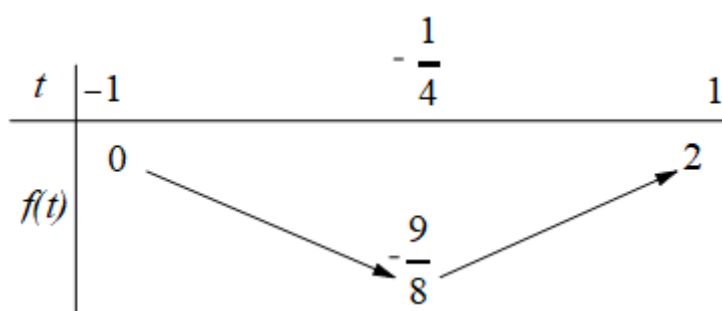
$y = \cos 2x + \cos x$. TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y = \cos 2x + \cos x = 2 \cos^2 x + \cos x - 1$.

Đặt: $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$, ta xét hàm số $f(t) = 2t^2 + t - 1$ với $t \in [-1; 1]$

Đồ thị của hàm số $y = f(t)$ là parabol có đỉnh $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$.

BBT:



Dựa vào BBT ta có: $M = \max_{[-1;1]} f(t) = 2$, $m = \min_{[-1;1]} f(t) = -\frac{9}{8}$.

Vậy $M + m = \frac{7}{8}$.

Câu 4: Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số: $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố X có nhiều giờ ánh sáng nhất?

Lời giải

Trả lời: 171

Ta có: $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12 \leq 3 + 12 = 15$

Dấu bằng xảy ra khi $\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t - 80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$\Leftrightarrow t = 171 + 364k$.

Mặt khác $t \in (0; 365]$ nên $0 < 171 + 364k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{171}{364} < k \leq \frac{194}{364}$.

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Vậy $t = 171$. Do đó, ngày thứ 171 là ngày có nhiều ánh sáng nhất trong năm.

Câu 5: Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ cao $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$. Tìm thời điểm mực của kênh cao nhất ?

Lời giải

Trả lời: 10

Mực nước cao nhất của kênh là 15m đạt được khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = k2\pi$
 $\Leftrightarrow t = -2 + 12k$.

Vì $t > 0 \Leftrightarrow -2 + 12k > 0 \Leftrightarrow k > \frac{1}{6}$.

Chọn số k nguyên dương nhỏ nhất thỏa $k > \frac{1}{6}$ là $k = 1 \Rightarrow t = 10$.

Câu 6: Biết rằng tập giá trị của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ là $T = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $P = 4a + b$

Lời giải

Trả lời: 2

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.

Do $0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \geq -\frac{3}{4} \sin^2 2x \geq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 1 \geq 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 \geq y \geq \frac{1}{4}$.

Vậy giá trị của hàm số là $T = \left[\frac{1}{4}; 1\right]$ nên $\begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 4a + b = 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 2$

----- HẾT -----